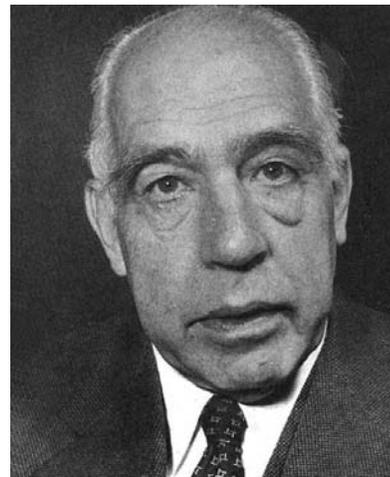
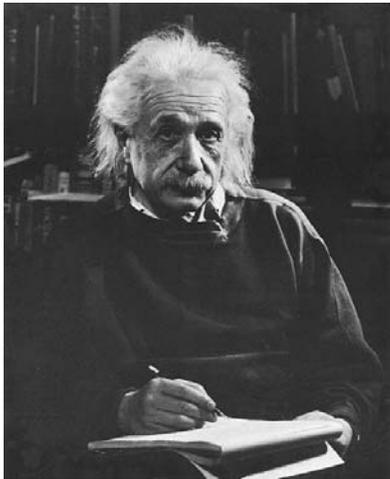




Expérience no 1: Violation des inégalités de Bell  
Expérience no 2: Preuve de l'existence du photon



Travaux Pratiques Avancés  
Département de Physique

Université de Sherbrooke

Sécurité laser : *Vous devez obligatoirement avoir suivi la formation en sécurité laser pour faire cette expérience.*

## *Remerciements*

Depuis 1996, il est maintenant possible d'envisager une expérience de travaux pratiques pour vérifier les fameuses Inégalités de Bell. Cela vient du fait qu'il existe maintenant des diodes lasers émettant à  $405\text{ nm}$  (violet) qui permettent la génération de photons jumeaux dans l'infrarouge à l'aide de cristaux non-linéaires. C'est ce qu'a fait un groupe de professeurs de l'Institut National d'optique de Palaiseau, là même où s'est effectuée la célèbre expérience<sup>1</sup> d'Alain Aspect et Philippe Grangier qui mettait en évidence pour la première fois la violation de ces inégalités.

Je dois d'abord remercier M. Lionel Jacubowicz de l'équipe de Palaiseau pour les documents mis à notre disposition et pour ses encouragements à réaliser chez nous cette expérience. La contribution d'un autre chercheur, celle du Dr Mark Beck du Whitman College (Princeton University), fut déterminante pour le choix de l'équipement et la façon de réaliser les mesures. Beck suggère l'utilisation de fibres optiques. Cela augmente la complexité à obtenir un signal mesurable mais protège les très onéreux compteurs de photons utilisés dans cette expérience. Cette approche est plus sécuritaire dans le cadre d'un T.P. et permet d'initier les étudiants aux difficultés que l'on rencontre lorsqu'on veut coupler un faisceau invisible dans une fibre de faible ouverture. Mark Beck enseigne lui-même la mécanique quantique et ses notes<sup>2</sup> nous sont accessibles par le Web. Il nous permet de les consulter et de les utiliser sous condition de lui en attribuer la paternité. Il y a un chapitre particulièrement intéressant sur l'intrication des photons. Un autre collaborateur important est le Dr Enrique J. Galvez (Colgate University N.Y.). Il travaille activement avec Mark Beck pour promouvoir ces expériences de Mécanique quantique.

Impossible de passer sous silence l'énorme contribution de M. Stéphane Pelletier pour la réalisation du module de détection des coïncidences ainsi que la carte analyseur de hauteur d'impulsions. Il a également conçu une alimentation pour les compteurs de photons avec des spécifications particulièrement contraignantes afin de protéger au maximum les photodiodes à avalanche qui sont si efficaces et en même temps si fragiles.

Le présent document n'est qu'une adaptation du protocole qui m'a été transmis par Lionel Jacubowicz, responsable des Travaux Pratiques à Palaiseau. Il m'a permis de les retranscrire et de les modifier pour rédiger notre propre protocole de laboratoire. Mark Beck, Enrique Galvez et Alain Aspect seront également cités à plusieurs reprises lorsque j'utiliserai des sections de leur propre protocole. Je leur suis très reconnaissant pour cette collaboration qu'ils m'ont offert sans aucune hésitation.

*Guy Bernier*  
Responsable des Travaux Pratiques

---

<sup>1</sup> [http://feynman.phy.ulaval.ca/marleau/pp/03epr/epr\\_3/epr\\_3.html](http://feynman.phy.ulaval.ca/marleau/pp/03epr/epr_3/epr_3.html)

<sup>2</sup> <http://people.whitman.edu/~beckmk/QM/>

1935...

Le formalisme de la mécanique quantique, élaboré par Niels Bohr et l'école de Copenhague, permet de calculer non pas le résultat d'une mesure mais seulement la probabilité de trouver un résultat pour cette mesure. Cet aspect intrinsèquement probabiliste de la mécanique quantique laissait insatisfait Einstein et d'autres physiciens célèbres qui continuaient à penser que la mécanique quantique était en quelque sorte une théorie incomplète. C'est dans cet état d'esprit qu'Einstein, Podolsky et Rosen proposèrent en 1935 cette fameuse expérience de pensée introduisant pour la première fois un système quantique de deux particules dans un état intriqué. Pour un tel système, la mesure de l'état d'une des deux particules permet de connaître de façon certaine l'état de la deuxième particule sans qu'il soit nécessaire d'effectuer de mesure sur la seconde particule. Pour Einstein, Podolsky et Rosen, la connaissance certaine de l'état de la seconde particule conduit à penser que celle-ci possède une ou plusieurs "variables (ou paramètres) cachées" (absentes dans le formalisme quantique) et ces auteurs concluent que la mécanique quantique est incomplète en ce sens qu'elle ne rend pas compte de la totalité de la réalité physique.

Bohr contesta immédiatement le point de vue d'Einstein, mais pendant trente ans la discussion resta de nature épistémologique, le débat portant sur l'interprétation de la théorie quantique, mais non sur l'exactitude de ses prédictions qu'Einstein ne remettait pas en cause. Ce qui séparait les deux géants de la physique c'était la possibilité d'introduire un niveau de description submicroscopique, la mécanique quantique n'étant qu'une sorte de mécanique statistique à un niveau supérieur. En quelque sorte, on aurait eu un schéma analogue à celui de la théorie cinétique des gaz, qui décrit de façon probabiliste les positions et vitesses des molécules d'un gaz, les positions et vitesses des molécules individuelles pouvant être définies et suivies dans le détail, au moins en principe. Alors qu'Einstein croyait que son "expérience de pensée" portant sur les paires intriquées démontrait l'existence de paramètres supplémentaires à un niveau submicroscopique, Niels Bohr affirmait que l'introduction de ces paramètres supplémentaires était non seulement inutile, mais même contraire aux principes même de la mécanique quantique. Comme les deux positions ne conduisaient pas à des prédictions différentes pour les expériences, la majorité des physiciens semblait penser qu'en définitive le débat ne portait que sur des positions philosophiques différentes, et n'avait aucune conséquence concrète.

La situation changea radicalement en 1965, avec la découverte fondamentale de John Bell : il existe des situations pour lesquelles le raisonnement *EPR* ("introduction de variables cachées") conduit à des prédictions quantitativement différentes de celles de la mécanique quantique (voir réf. 11). Il devient alors en principe possible de trancher par l'expérience entre la mécanique quantique et les théories à "variables cachées". Après

une première génération d'expériences (début des années 1970) "héroïques" mais pas complètement concluantes – les technologies de l'époque étaient encore insuffisantes, l'équipe Aspect-Grangier-Roger-Dalibard allait effectuer en 1981-82, une série de trois expériences qui ont marqué l'histoire des fondements de la mécanique quantique, par leur précision, mais aussi par l'introduction de schémas expérimentaux de plus en plus proches de l'expérience de pensée idéale discutée par les théoriciens.

Depuis les années 1975 les techniques ont évolué, et la source de paires de photons intriqués des travaux pratiques est basée sur un schéma développé vers la fin des années 1980. Plus léger que le montage "historique", ce schéma a permis vers la fin des années 1990 à plusieurs équipes américaines, anglaises, suisses, autrichiennes, de confirmer voire d'améliorer les résultats de 1982-83. C'est ce type de source qui est aujourd'hui utilisée dans les applications de l'intrication en cryptographie quantique.

Les paires de photons intriqués en polarisation sont obtenues grâce à une diode laser violette à  $405\text{ nm}$  focalisée sur deux cristaux non linéaires. Dans ces cristaux, un photon violet peut être transformé en une paire de photons jumeaux infrarouges à  $810\text{ nm}$  émis symétriquement par rapport au faisceau de pompe. Ces photons sont ensuite détectés et comptés par des photodiodes à avalanche. La photographie montre la simplicité déconcertante du montage expérimental.

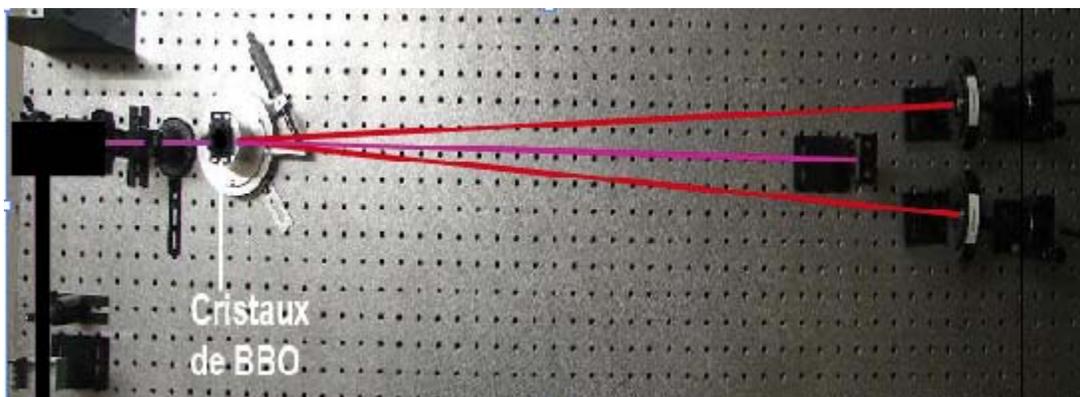


fig. 1

Pour effectuer un test de Bell, il faut mesurer le nombre de paires de photons détectées pour différentes positions des analyseurs de polarisation. On en déduit la mesure d'un certain paramètre,  $S_{Bell}$ , dont la valeur prédite par la mécanique quantique vaut,  $S_{Bell} = 2,82$ , alors qu'un raisonnement "à la Einstein" prévoit  $S_{Bell} \leq 2$ . Les mesures sur l'expérience des Travaux Pratiques donnent en général :  $S_{Bell} = 2,50$  avec un écart type de  $0,04$ .

(L.Jacobowicz)

## 1. Génération de paires de photons jumeaux

Les paires de photons sont produites à l'aide d'un cristal non-linéaire et d'une diode laser à  $405 \text{ nm}$ . Il s'agit d'un processus de conversion paramétrique spontanée (Type I spontaneous downconversion<sup>3</sup>). Un photon pompe à  $405 \text{ nm}$  est converti en une paire de photons infrarouges à  $810 \text{ nm}$ .

Une telle conversion est un phénomène "spontané" qui peut même se produire dans le vide, mais c'est le cristal non-linéaire<sup>4</sup> qui augmente la probabilité que cela se produise. Sans ce dernier, il y aurait environ une conversion à tous les milliards d'années! Le cristal utilisé est le *BBO* ( $\beta\text{-BaB}_2\text{O}_4$ :  $\beta$ -Borate de Baryum).

Lors d'une conversion on doit conserver l'énergie et l'impulsion :

$$\omega_p = \omega_1 + \omega_2 \quad (1)$$

$$\vec{k}_p = \vec{k}_1 + \vec{k}_2 \quad n_p \omega_p = n_1 \omega_1 \cos \theta_1 + n_2 \omega_2 \cos \theta_2 \quad (2)$$

et

$$0 = n_1 \omega_1 \sin \theta_1 + n_2 \omega_2 \sin \theta_2 \quad (3)$$

où les indices de réfraction sont ceux à l'intérieur du cristal. Les angles  $\theta_1$  et  $\theta_2$  sont ceux des impulsions des photons 1 et 2 par rapport au faisceau pompe (figure ci-dessous).

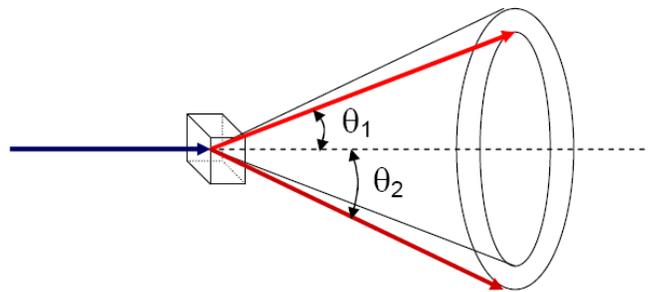


Fig. 2 (E. J. Galvez)

Si  $\omega_1 > \omega_2$  alors  $\theta_1 < \theta_2$ .

On voit qu'après la conversion nous n'obtenons pas des faisceaux mais bien des cônes de lumière. Pour notre expérience nous sélectionnerons un tout petit échantillon de cette

<sup>3</sup> E.J. Galvez, C.H. Holbrow, M.J. Pysher, J. W. Martin, N. Courtemanche, L. Heilig, and J. Pencer, Am. J. Phys. **73**, 127 (2005).

<sup>4</sup> [http://fr.wikipedia.org/wiki/Oscillateur\\_param%C3%A9trique\\_optique](http://fr.wikipedia.org/wiki/Oscillateur_param%C3%A9trique_optique)

lumière dans plan horizontal et à un angle tel que  $\omega_1 = \omega_2 = \omega_p/2$ . Dans ce cas dégénéré, (2) devient :

$$n_p = n_1 \cos \theta_1 \quad (4)$$

Dans le cas où l'on voudrait obtenir des photons infrarouges colinéaires ( $\theta_1 = \theta_2 = 0$ ), il faudrait que l'indice de réfraction du cristal soit le même à  $405 \text{ nm}$  et à  $810 \text{ nm}$ . Cela ne se retrouve pas dans la nature et on doit faire appel aux matériaux biréfringents pour y arriver.

Dans notre cas, les photons infrarouges auront une polarisation perpendiculaire aux photons de la pompe. Dans le cas du *BBO*, les indices de réfraction qui sont tracés dans le graphe ci-dessous sont donnés par :

$$n_o(\lambda) = \left[ 2.7357 + 0.01878 / (\lambda^2 - 0.01822) - 0.01354 \lambda^2 \right]^{1/2} \quad (5)$$

$$n_e(\lambda) = \left[ 2.3753 + 0.01224 / (\lambda^2 - 0.01667) - 0.01516 \lambda^2 \right]^{1/2} \quad (6)$$

où la longueur d'onde est en  $\mu\text{m}$ .

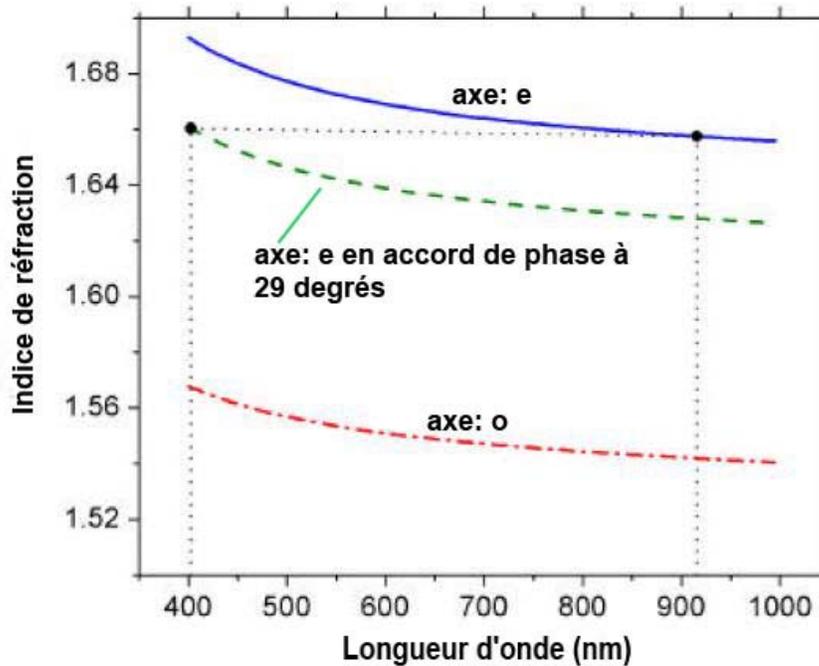


fig. 3 (M. Beck)

Pour un faisceau pompe polarisé selon l'axe  $e$ , nous obtiendrons des photons infrarouges polarisés selon l'axe  $o$ . On parle de polarisation complète selon  $e$  si la polarisation est parallèle à cet axe. Par contre, si la polarisation forme un angle avec l'axe optique du cristal, l'indice de réfraction est modifié. On décrit normalement cette modification à

l'aide de l'angle  $\theta_m$  entre la direction de propagation de la lumière et l'axe optique. L'indice de réfraction pour un angle  $\theta_m$  est donné par :

$$\tilde{n}_e = \left[ \cos^2 \theta_m / n_o^2 + \sin^2 \theta_m / n_e^2 \right]^{-1/2} \quad (7)$$

Avec le bon (accord de phase)<sup>5</sup>, choix d'angle entre la pompe et l'axe optique du cristal, nous pouvons ajuster l'indice de réfraction pour satisfaire la condition (4).

La figure précédente montre que la courbe en vert permet l'accord de phase ( $\theta = 29^\circ$ ) car on réussit à obtenir le même indice de réfraction à  $405 \text{ nm}$  (courbe verte) qu'à  $810 \text{ nm}$  (courbe bleue). On peut donc obtenir une pompe et deux infrarouges croisés en polarisation. Si l'on désire que les deux infrarouges aient un angle de  $3^\circ$  par rapport à la pompe, on choisira  $\theta = 29.4^\circ$

Même si la coupe du cristal est précise, les indices de réfraction sont toujours dépendants de la longueur d'onde et lorsqu'on achète une diode laser, la longueur d'onde spécifiée n'est pas définie avec grande précision. Pour cette raison, il faut placer le cristal sur un support de rotation muni d'un goniomètre orienté dans la bonne direction pour réussir à obtenir l'accord de phase.

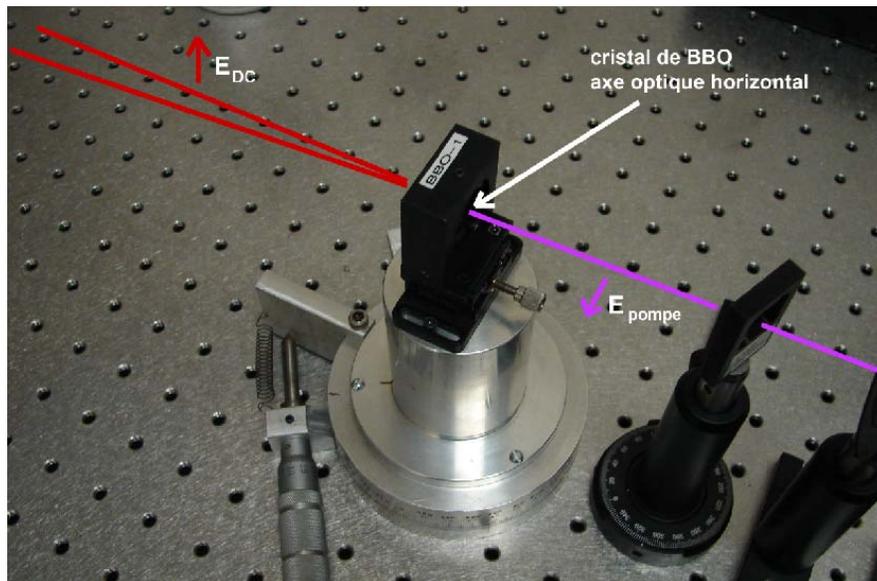


Fig. 4

Dans la littérature, vous retrouverez les termes "signal and idler" lorsqu'on parle des paires de photons jumeaux. Il faut également comprendre que les conditions (1) et (2) n'ont pas qu'une solution unique. La somme des énergies et des vecteurs d'onde est contrainte mais pas leurs valeurs individuelles. La figure suivante montre bien que si la

<sup>5</sup> [http://www.rp-photonics.com/phase\\_matching.html](http://www.rp-photonics.com/phase_matching.html)

fréquence  $\omega_1$  est un peu plus élevée que la moitié de celle de la pompe, alors l'énergie sera conservée si  $\omega_2$  est un peu plus faible que  $\omega_p/2$ . Dans cette situation, la conservation de l'impulsion fera que le signal à  $\omega_2$  sera émis à un angle un peu plus élevé par rapport à la pompe que celui du signal à  $\omega_1$ . Cela nous dit que la lumière provenant de la "down-conversion" est émise dans un intervalle d'angles (quelques degrés), et de longueurs d'onde (quelques dizaines de nanomètres).

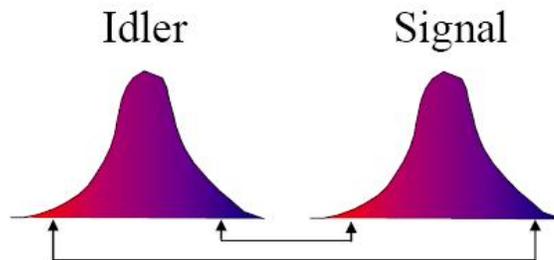


Fig. 5 (M. Beck)

Vous trouverez plus d'information au sujet des indices de réfraction à la référence suivante :

[http://www.tp.physique.usherbrooke.ca/experiences\\_fichiers/Bell/references/betchart\\_thesis.pdf](http://www.tp.physique.usherbrooke.ca/experiences_fichiers/Bell/references/betchart_thesis.pdf)

**Attention à l'humidité...**

**Les cristaux de BBO sont hygroscopiques. Lorsqu'ils ne sont pas utilisés, ils doivent être conservés dans un dessiccateur.**

Vous avez à votre disposition deux supports à BBO. Il faut utiliser celui identifié "BBO-2". Il s'agit d'un collage face à face de deux cristaux de BBO dont les axes optiques sont perpendiculaires entre eux. Les dimensions de chacun des cristaux sont de  $5\text{mm} \times 5\text{mm} \times 0.5\text{mm}$  d'épaisseur. Bien que le montage est fort simple, l'alignement reste un défi de taille pour les profanes et même pour les spécialistes. Une fois l'alignement réussi (quelques heures de plaisir...) vous pourrez vous familiariser avec le système de mesure de coïncidences.

*Laser = sécurité maximale      Optique = propreté absolue*

Avant de se lancer dans la construction du montage, on doit prendre conscience des mesures de sécurité "essentiels" à respecter avec l'utilisation de lasers de classe-3b. Le laser à  $405\text{ nm}$  donne un faisceau de  $50\text{ mW}$  d'environ  $1\text{ mm}$  de diamètre. Notre œil n'étant pas très sensible à cette longueur d'onde, le faisceau ne semble pas très puissant, mais il en est tout autrement. Une exposition de l'œil au faisceau direct peu produire des

lésions irréversibles ou même la cécité. L'exposition de la peau est aussi à éviter car il y a risque de brûlure.

Vous aurez à votre disposition des lunettes d'alignement qui ne bloquent pas totalement le laser mais qui diminuent appréciablement son intensité pour vous permettre de travailler en toute sécurité. Ne jamais regarder un faisceau direct même avec ces lunettes!

- Ne jamais vous pencher pour avoir les yeux à la hauteur du faisceau.
- Enlever montre, bijoux et chaînes pouvant produire une réflexion.
- Protéger votre coéquipier en l'avertissant de toute manipulation effectuée sur le faisceau pompe.

Aucune surface optique ne doit être touchée avec les mains! Ne pas tenter de nettoyer une surface optique. Aviser le responsable au besoin.

## *Compteurs de photons = \$\$\$*

Ne jamais allumer une autre lumière que la lumière verte fournie lorsque les compteurs sont sous tension. Personne ne doit entrer ou sortir de la pièce si les compteurs fonctionnent.

Ne jamais débrancher une fibre optique du détecteur ou du collecteur à fibre optique. Si on débranche une extrémité des fibres, il n'y aura plus de filtre pour empêcher la lumière dont  $\lambda < 780 \text{ nm}$  d'atteindre le détecteur. Ceci entraîne immédiatement le bris du détecteur.

## *2. Montage expérimental*

Une diode laser à  $405 \text{ nm}$  est utilisée pour produire des photons jumeaux à  $810 \text{ nm}$  en utilisant deux cristaux de *BBO* ayant des axes optiques croisés (Fig. 6). Le faisceau à  $405 \text{ nm}$  est arrêté plus loin sur la table optique à l'aide d'un stoppeur de faisceau. Les photons à  $810 \text{ nm}$  sont émis à environ  $3^\circ$  du faisceau pompe. Ces photons traversent ensuite des polariseurs infrarouges et sont collectés par un dispositif à fibres optiques.

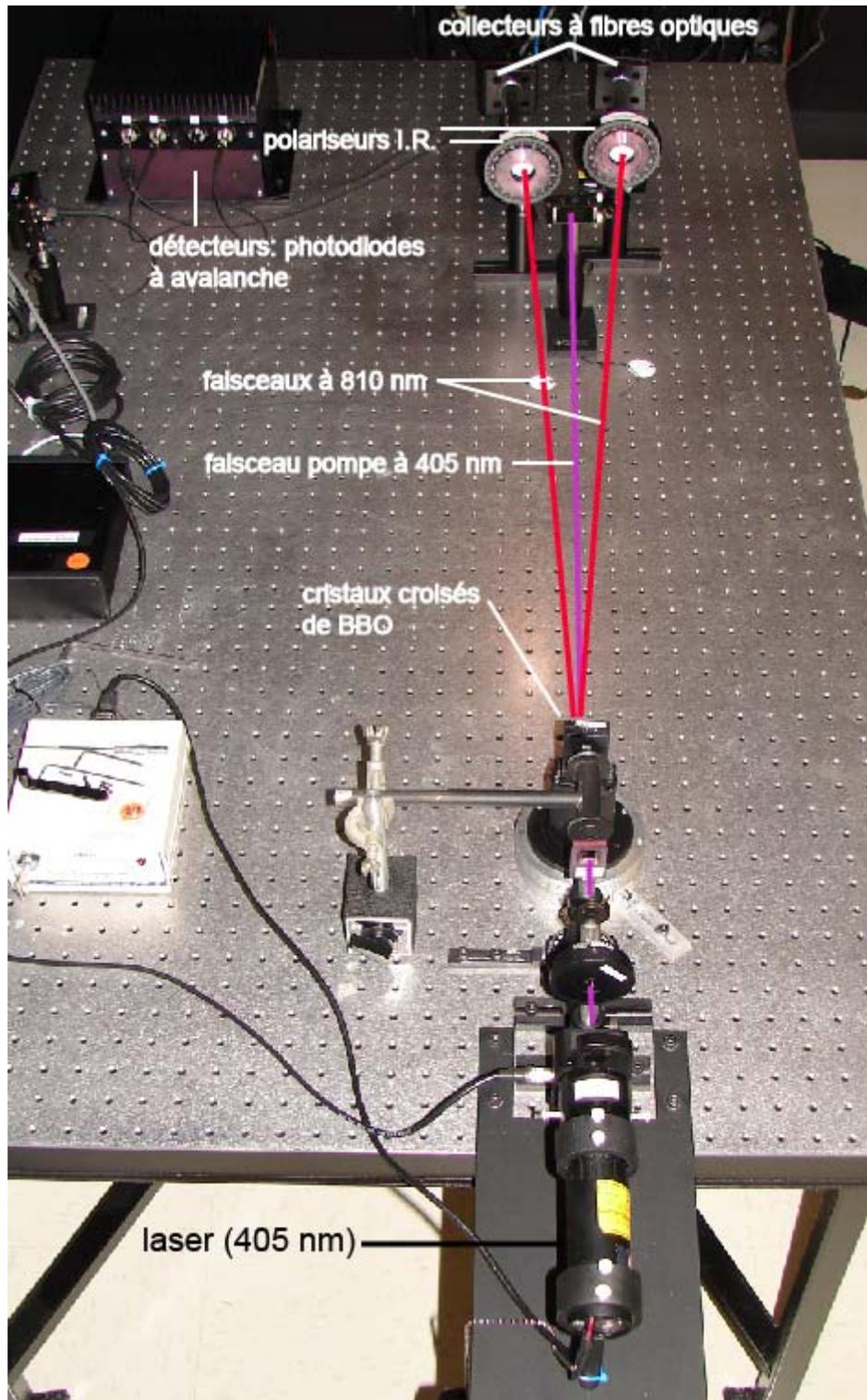


Fig. 6

Afin de pouvoir ajuster la polarisation du faisceau pompe par rapport aux axes optiques des cristaux de *BBO*, on utilise le système optique de la figure 7.

Ici le laser pompe passe par un filtre neutre pour diminuer son intensité à  $20\text{ mW}$ . Il passe ensuite par un obturateur électronique et à l'entrée de la lame demi-onde, sa polarisation est verticale. C'est cette lame demi-onde qui servira à tourner la polarisation du faisceau pompe. Le faisceau traverse un iris et une mince lamelle de quartz qui servira plus tard à régler le déphasage entre les polarisations verticale et horizontale à l'intérieur du cristal. Le faisceau passe ensuite au travers des cristaux de *BBO* dont l'orientation est ajustée à l'aide d'un support de rotation et d'un goniomètre. Un cache anti-réflexion est installé pour éviter les dangereuses réflexions à la surface du *BBO*. L'obturateur électronique bloque automatiquement le faisceau si l'on ouvre la porte du local. L'alimentation électrique des détecteurs est également coupée. Un bouton de réarmement permet d'alimenter à nouveau les détecteurs une fois la porte refermée.

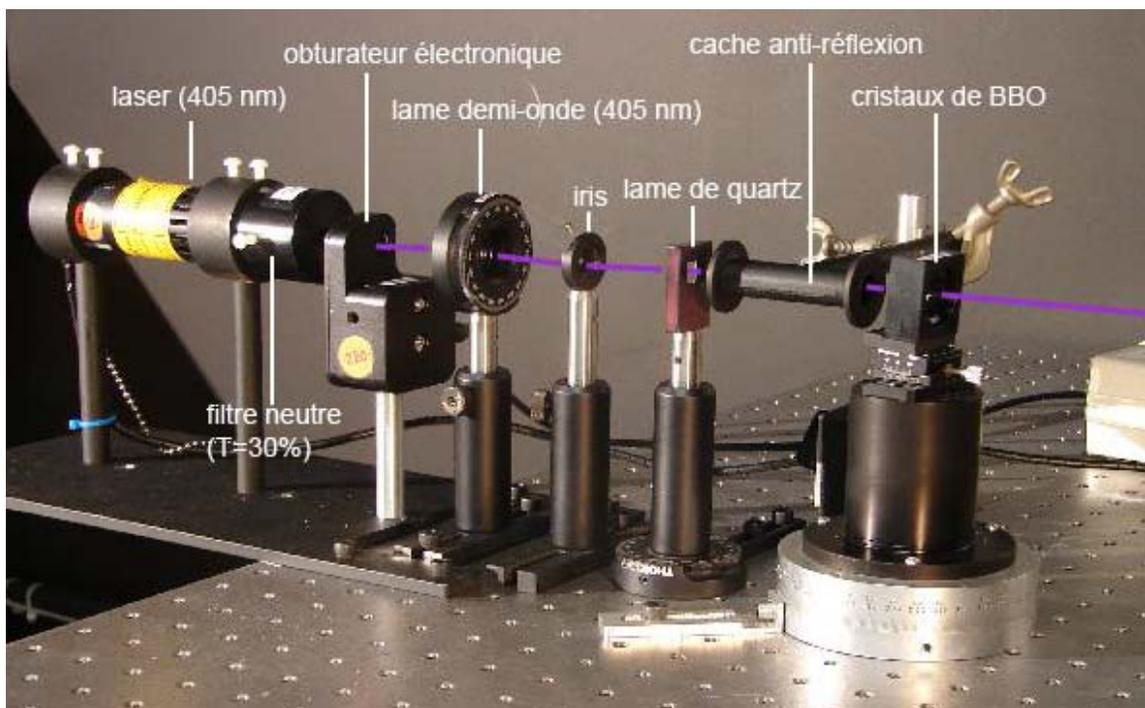


Fig. 7

La figure 8 nous montre maintenant comment on récolte les photons provenant de la "down-conversion". Un polariseur infrarouge est placé sur chacune des voies de mesure. C'est ici que ça se complique... On veut maintenant coupler ces photons à une fibre optique de  $60\text{ microns}$ . Afin d'éliminer le plus possible les photons infrarouges qui proviennent de la pièce ou de la luminescence des *BBO*, on utilise un filtre optique passe-bas qui ne laisse passer que les photons dont la longueur d'onde est supérieure à  $780\text{ nm}$ . Ce filtre est placé directement à l'entrée du collimateur qui focalise la lumière sur le bout de la fibre optique. Des caches peints en noir diminuent également la lumière parasite qui pourrait atteindre le collimateur. *Ne jamais débrancher une fibre car vous êtes certains d'endommager le détecteur.*

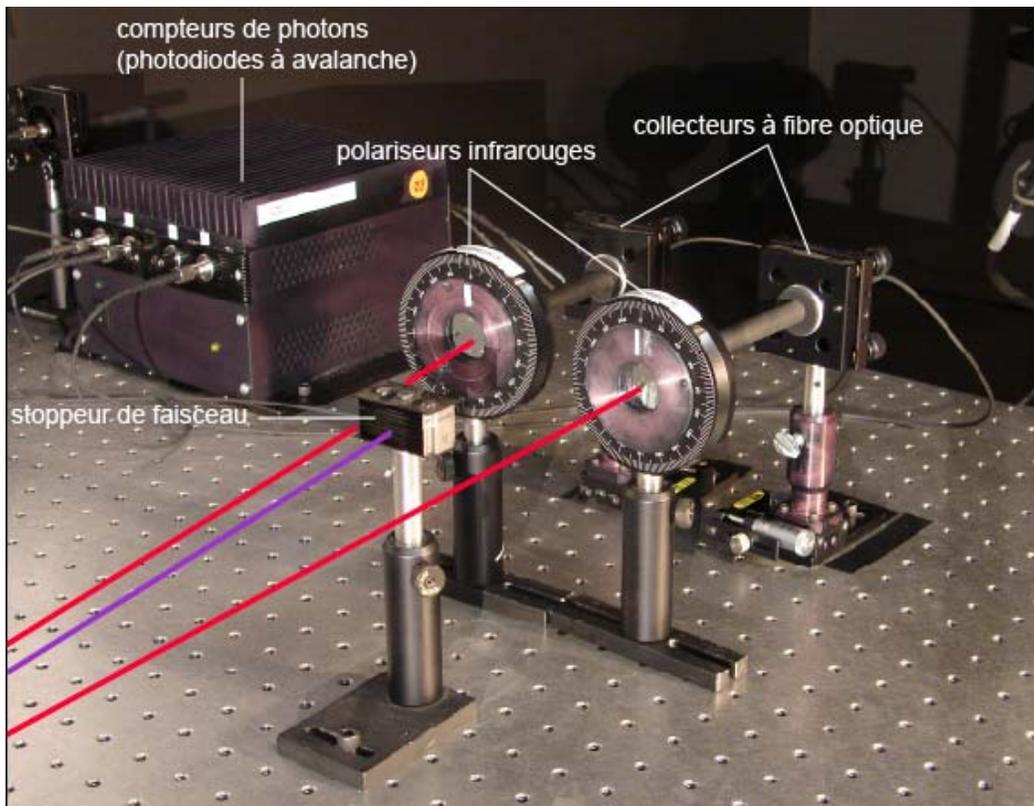


Fig. 8a

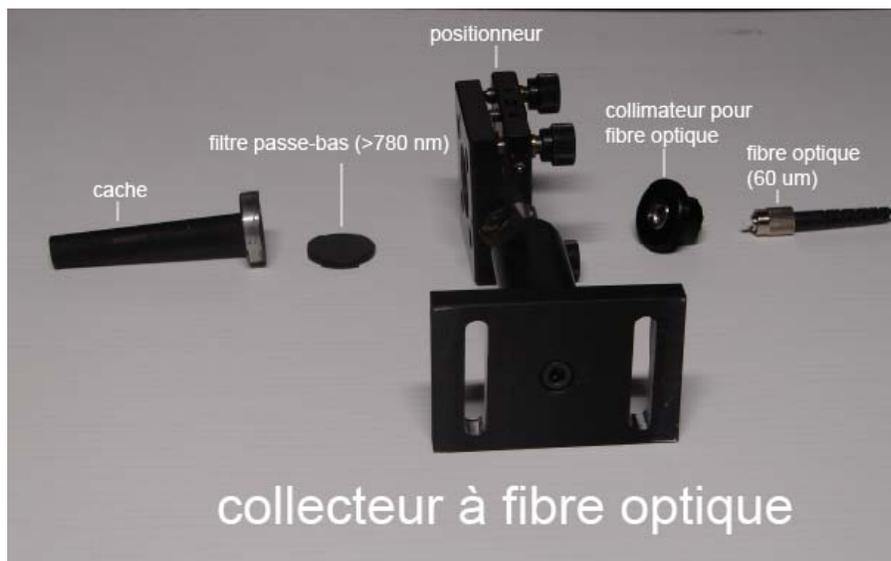


Fig. 8b

### 3. Théorie

#### 3.1 États de polarisation

Pour décrire l'état de polarisation d'un photon, il est nécessaire de choisir une base adéquate. Choisissons la base formée des vecteurs de polarisation verticale  $|V\rangle$  et horizontale  $|H\rangle$  qui sont orthogonaux.

Dans cette base, le vecteur de polarisation d'un photon s'écrit :

$$|\psi\rangle = c_V|V\rangle + c_H|H\rangle \quad (8)$$

Les coefficients  $c_V$  et  $c_H$  sont complexes et vérifient :  $|c_V|^2 + |c_H|^2 = 1$

La mesure de la polarisation d'un photon ne peut prendre que deux valeurs :

- le photon est transmis par l'analyseur. L'état de polarisation devient  $|V\rangle$  (polarisation verticale). La mécanique quantique prédit la probabilité d'obtenir ce résultat :

$$P_V = |\langle V|\psi\rangle|^2 = |c_V|^2 \quad (9)$$

- le photon est bloqué par l'analyseur. L'état de polarisation devient  $|H\rangle$ . La probabilité d'obtenir ce résultat est :

$$P_H = |\langle H|\psi\rangle|^2 = |c_H|^2 \quad (10)$$

On remarque que la mesure modifie en général l'état de polarisation du photon. C'est un postulat de la Mécanique Quantique mieux connu sous le nom de "*Réduction du paquet d'onde*".

*Question 1 : Écrire l'état de polarisation d'un photon possédant un état de polarisation rectiligne faisant un angle  $\alpha$  avec la verticale. Quelle est la probabilité de le mesurer dans l'état  $|V\rangle$  ?*

*Question 2 : Pour un état de polarisation d'un photon possédant une polarisation circulaire gauche :  $|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|V\rangle + i|H\rangle)$ , quelle est la probabilité de le mesurer dans l'état  $|V\rangle$  ?*

Si l'on choisit de mesurer l'état de la polarisation d'un photon à l'aide d'un analyseur tourné d'un angle  $\alpha$  par rapport à la verticale (Fig. 9), la nouvelle base des états de polarisations est  $|V_\alpha\rangle, |H_\alpha\rangle$ .

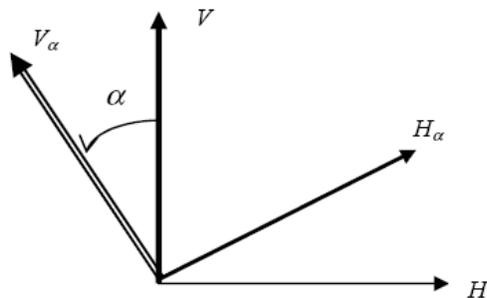


Fig. 9

Les vecteurs propres de cette base sont obtenus par la transformation :

$$|V_\alpha\rangle = \cos(\alpha)|V\rangle - \sin(\alpha)|H\rangle \quad (11)$$

$$|H_\alpha\rangle = \sin(\alpha)|V\rangle + \cos(\alpha)|H\rangle \quad (12)$$

*Question 3 : Soit un photon dans l'état de polarisation  $|V\rangle$ . Quel est son état de polarisation dans la base inclinée d'un angle  $\alpha$  ? Quelle est la probabilité  $P_{V_\alpha}$  de le mesurer dans l'état  $|V_\alpha\rangle$  ? Soit un photon dans l'état de polarisation  $|V_\alpha\rangle$  dans la base inclinée d'un angle  $\alpha$ . Quel est son état de polarisation dans la base verticale. Quelle est la probabilité de le mesurer l'état  $|V\rangle$  ?*

### 3.2 Paires de photons intriqués en polarisation

Vous allez au cours de ce T.P. réaliser et étudier des paires de photons intriqués en polarisation. L'état de polarisation de ces paires de photons, appelé état *EPR*, s'écrit de la façon suivante :

$$|\psi\rangle_{EPR} = \frac{1}{\sqrt{2}}(|V\rangle_1|V\rangle_2 + |H\rangle_1|H\rangle_2) \quad (13)$$

Cet état est similaire à l'expérience de pensée proposée par Einstein, Podolsky et Rosen. Dans leur expérience, ce sont les degrés de liberté d'impulsion qui étaient intriqués. Il s'agit d'un état non factorisable : autrement dit, on ne peut pas attribuer d'état de polarisation à chacun des photons pris individuellement.

*Question 4 : Montrer par exemple que la probabilité  $P_{V_\alpha}$  de mesurer le photon 1 dans l'état  $|V_\alpha\rangle$  est  $1/2$  quelque soit l'angle  $\alpha$ .*

Par contre, si on mesure un des deux photons dans l'état  $|V\rangle$  (ou respectivement  $|H\rangle$ ), on sait **avec certitude** que l'autre photon est dans l'état  $|V\rangle$  (ou respectivement  $|H\rangle$ ), sans avoir à mesurer son état. Plus généralement, si on s'intéresse à la probabilité conjointe de trouver le photon 1 dans l'état  $|V_\alpha\rangle$  et le photon 2 dans l'état  $|V_\beta\rangle$ , on doit calculer :

$$P(V_\alpha, V_\beta) = \left| \langle V_{\alpha,1} | \langle V_{\beta,2} | \psi_{EPR} \rangle \right|^2 \quad (14)$$

*Question 5 : Montrer que l'on obtient :  $P(V_\alpha, V_\beta) = \frac{1}{2} \cos^2(\alpha - \beta)$*  (15)

*Attention!* Habituellement, quand on parle de probabilité conjointe, on utilise la notation  $P(V_\alpha | V_\beta)$  mais pour des raisons de compatibilité avec les références suggérées on notera cette probabilité  $P(V_\alpha, V_\beta)$ .

*note:* On sait que si on commence par mesurer la probabilité d'avoir le second dans l'état  $|V_\beta\rangle$  on obtiendra  $1/2$ . On peut ensuite appliquer le postulat de réduction du paquet d'onde (voir annexe 2).

Ce résultat montre bien que si on mesure un des deux photons dans l'état  $|V_\alpha\rangle$ , alors on sait avec certitude, sans avoir besoin de mesurer son état, que l'autre photon est dans l'état  $|V_\alpha\rangle$ . Et ceci même si les photons sont très éloignés l'un de l'autre : c'est bien là que réside le paradoxe *EPR*. Ceci servira de preuve pour confirmer que la mécanique quantique est une théorie non locale.

$$P(V_\alpha, V_\alpha) = \frac{1}{2} \quad \text{quelque soit l'angle } \alpha$$

*Question 6 :* Confirmer ce calcul en écrivant l'état EPR dans une base inclinée d'un angle  $\alpha$ . Montrer que l'on obtient :

$$|\psi\rangle_{EPR} = \frac{1}{\sqrt{2}} (|V_\alpha\rangle_1 |V_\alpha\rangle_2 + |H_\alpha\rangle_1 |H_\alpha\rangle_2) \quad \text{quelque soit l'angle } \alpha.$$

Ainsi, la mécanique quantique prédit des résultats **totalelement corrélés** lorsque les analyseurs sont parallèles, alors même que les résultats individuels sont **totalelement aléatoires**.

On peut mesurer le degré de corrélation entre quantités aléatoires à l'aide de la fonction suivante :

$$E(V_\alpha, V_\beta) = P(V_\alpha, V_\beta) + P(H_\alpha, H_\beta) - P(H_\alpha, V_\beta) - P(V_\alpha, H_\beta) \quad (16)$$

En fait, la fonction précédente donne zéro dans tous les cas où il n'y a pas d'enchevêtrement, i.e. pour toute fonction d'onde de type  $|\phi\rangle = |\phi_1\rangle \otimes |\phi_2\rangle$ . La fonction  $E$  donne zéro si les probabilités peuvent être réécrites sous la forme de produits.

*Question 7 :* Montrer que  $E(V_\alpha, V_\beta) = \cos [2(\alpha - \beta)]$ . Vérifier que  $E(V_\alpha, V_\beta) = 1$ ,

$$E(V_\alpha, H_\beta) = -1 \quad \text{et} \quad E(V_\alpha, V_{\alpha + \frac{\pi}{4}}) = 0$$

Une forme classique des inégalité de Bell<sup>6</sup> utilise une combinaison de quatre degrés de corrélation associés à deux directions d'analyse pour chaque polariseur (**a** et **a'** pour le polariseur *no 1* et **b** et **b'** pour le polariseur *no 2*, qu'on appellera le paramètre de Bell :

$$S_{Bell}(a, a', b, b') = E(a, b) - E(a, b') + E(a', b') + E(a', b) \quad (17)$$

*Question 8 :* Montrer que  $S_{Bell}(a, a', b, b') = 2\sqrt{2}$  pour les angles de la figure 10, alors que la mécanique classique prévoit  $-2 \leq S_{Bell} \leq 2$  (réf. 6).

<sup>6</sup> [http://www.tp.physique.usherbrooke.ca/experiences\\_fichiers/Bell/references/Aspect.pdf](http://www.tp.physique.usherbrooke.ca/experiences_fichiers/Bell/references/Aspect.pdf)

*On vous réfère ici au document d'Alain Aspect qui est d'une clarté remarquable. Il montre de belle façon comment les inégalités de Bell sont violées lorsqu'on les applique à un état intriqué.*

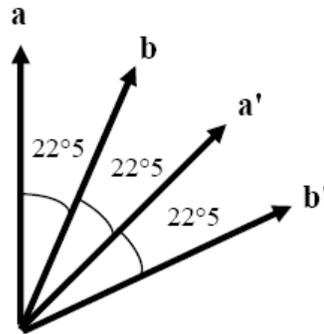


Fig. 10 Orientations donnant le conflit maximal entre les inégalités de Bell et la mécanique quantique.

#### 4. Manipulations expérimentales

*Question 9 : Supposons un cristal non-linéaire qui lorsque pompé par un laser à 405 nm produit des paires de photons à 810 nm. Si l'indice de réfraction du cristal est de 1.659 à 405 nm et 1.661 à 810 nm, quel sera l'angle des faisceaux infrarouges par rapport au faisceau pompe?*

##### 4.1 Réglage de chacune des voies

*Demander au moniteur de vous installer le support contenant les deux cristaux croisés de BBO (marqué BBO 2).*

Ne jamais allumer une autre lumière que la lumière verte fournie lorsque les compteurs sont sous tension. Personne ne doit entrer ni sortir de la pièce si les compteurs fonctionnent. Ces compteurs fournissent une impulsion TTL (0-5V) d'une durée de 25 nsec pour chaque photon détecté. Consulter la documentation des détecteurs de coïncidences avant de continuer<sup>7</sup>. À l'aide du générateur d'impulsions HP, vérifier le bon fonctionnement des compteurs de coïncidences.

Nous commencerons par maximiser le taux de comptage sur chacune des deux voies et par s'assurer qu'ils varient simultanément lorsqu'on effectue une rotation des cristaux de BBO autour d'un axe vertical. Pour des raisons de sécurité, la mise point de l'optique de la figure 7 a déjà été effectuée.

<sup>7</sup> [http://www.tp.physique.usherbrooke.ca/experiences\\_fichiers/Bell/Instrumentation/No-215\\_Detecteurs\\_de\\_coïncidences.pdf](http://www.tp.physique.usherbrooke.ca/experiences_fichiers/Bell/Instrumentation/No-215_Detecteurs_de_coïncidences.pdf)

- Prendre soin de mettre les lunettes d'alignement avant de mettre le laser en fonction. Le faisceau pompe devrait normalement terminer sa course sur le stoppeur placé devant les deux polariseurs infrarouges.
- Ajuster la lamelle de quartz pour qu'elle soit perpendiculaire au faisceau pompe.
- Ajuster l'angle de la lame demi-onde à  $0^\circ$ . Dans cette configuration, la polarisation du faisceau pompe est verticale lorsqu'elle entre dans les cristaux de *BBO*.
- Fermer toutes les lumières et ne laisser que la lumière verte allumée.
- On peut maintenant alimenter le module de compteurs de photons. Vous devez mettre un adaptateur  $50\Omega$  sur les sorties du compteur non utilisées. Pour mesurer uniquement le taux de comptage sur la voie *no 1*, il faut mettre l'entrée *B* du détecteur de coïncidences à  $5V$  (voir le moniteur).
- Placer ensuite le détecteur *A* à environ  $1m$  des *BBO* et à un angle d'environ  $3$  degrés par rapport au faisceau pompe. Placer le polariseur infrarouge devant le détecteur et le régler à  $90^\circ$  (horizontal). Comme les photons pompes sont polarisés verticalement, vous devriez détecter des photons à  $810\text{ nm}$  polarisés horizontalement. Aligner le détecteur pour maximiser le nombre de comptes. Pour cela, vous pouvez aussi tourner les *BBO* autour de l'axe vertical.

*Question 10 : Si vous tournez la polarisation de la pompe de  $90^\circ$ , quelle polarisation des photons à  $810\text{ nm}$ ? À quel angle faut-il placer la lame demi-onde pour que la pompe soit effectivement à l'horizontale?*

- Faites maintenant les mêmes ajustements pour la deuxième voie de détection.

*Le secret d'un bon alignement...*

Il faut que le nombre de comptes sur chacune des voies augmente en même temps et à la même valeur lorsque vous tournez les *BBO* autour de l'axe vertical. À ce moment, on est certain que le cône de lumière frappe bien les deux détecteurs en même temps. Cela peut vous prendre plus d'une heure...

- Tourner la polarisation du faisceau pompe pour la mettre à l'horizontale. Vous devez maintenant tourner les polariseurs infrarouges à la verticale pour détecter les photons. Cette fois, c'est le goniomètre qui va vous permettre de modifier l'orientation de l'axe du *BBO* par rapport à la verticale pour maximiser votre signal.

#### 4.1 Coïncidences fortuites et signal d'obscurité

Les coïncidences fortuites sont dues à deux photons qui sont détectés par hasard sur chacun des détecteurs pendant la fenêtre de coïncidence dont la durée est  $\tau_f$  (on a réglé la fenêtre des détecteurs de coïncidences à 10 nsec.).

*Question 11 : Montrer que le taux de coïncidences fortuites est :  $n_f = n_A n_B \tau_f$  où  $n_A$  et  $n_B$  sont les taux de comptage sur chacune des voies.*

- Placer maintenant les détecteurs dans l'obscurité totale (voir le moniteur) et mesurer le nombre de comptes sur chacune des voies (*dark counts*). Les modules sont d'autant plus chers que ce nombre est faible. Comparer les valeurs obtenues à celle du fabricant (moins de 400cps).

#### 4.2 Optimisation des coïncidences

- Vérifier que l'on a bien une source de paires de photons dans l'état  $|V_1\rangle|V_2\rangle$  si la lame  $\lambda/2$  est verticale ( $0^\circ$ ), et une source de paires de photons dans l'état  $|H_1\rangle|H_2\rangle$  si la lame  $\lambda/2$  est à  $45^\circ$ .
- Retoucher, si nécessaire, la position des détecteurs et l'orientation des cristaux de *BBO* pour obtenir à peu près le même nombre de coïncidences dans les 2 cas.

#### Distribution temporelle des coïncidences

À l'aide du module *TAC* (*Time to amplitude converter*) et du programme d'acquisition, vous allez maintenant mesurer la distribution temporelle des coïncidences. Pour cela, vous allez retarder une des deux voies de détection de 50 nsec à l'aide du module de délai. Vous acheminer par la suite les deux voies de détection au module *TAC* que vous devez placer sur l'échelle 0-100 nsec..

Il reste à ajuster précisément l'état de polarisation du faisceau pompe pour obtenir un état *EPR*. Il est rare qu'on utilise des polariseurs infrarouges car on leur préfère des cubes séparateurs de polarisation. Cela vient du fait que les polariseurs ordinaires ne sont pas assez efficaces à cette longueur d'onde (faible taux d'extinction). Ceux que vous utilisez ici sont de qualité suffisante et permettent d'effectuer une bonne mesure.

Ajuster ensuite précisément la lame demi-onde à  $22.5^\circ$  et les polariseurs infrarouges à  $45^\circ$ . Maximiser le nombre de coïncidences. Il vous faudra atteindre un taux de coïncidences de l'ordre 0.5% avant de continuer.

### 4.3 Ajustement de l'état EPR

Jusqu'à maintenant, vous avez réussi à obtenir des photons dans l'état :

$$|\psi\rangle_{\text{paire}} = \frac{1}{\sqrt{2}} (|H\rangle_1 |H\rangle_2 + \exp(i\phi) |V\rangle_1 |V\rangle_2) \quad (18)$$

En effet, grâce au deux cristaux (vertical et horizontal), deux processus indépendants sont possibles :

$$|V\rangle_{\text{pompe}} \rightarrow |H\rangle_1 |H\rangle_2$$

$$|H\rangle_{\text{pompe}} \rightarrow e^{i\phi} |V\rangle_1 |V\rangle_2$$

où  $\phi$  est le déphasage entre ces deux processus dû à la dispersion et à la biréfringence des cristaux. Si l'état de polarisation des photons "pompe" fait un angle  $\theta$  avec la verticale, leur état s'écrira dans la base des axes des cristaux :

$$|\psi\rangle_{\text{pompe}} = \cos\theta |V\rangle_{\text{pompe}} + \sin\theta |H\rangle_{\text{pompe}} \quad (19)$$

et le vecteur d'état de polarisation des paires créées est :

$$|\psi\rangle_{\text{paire}} = \cos\theta |H\rangle_1 |H\rangle_2 + \exp(i\phi) \sin\theta |V\rangle_1 |V\rangle_2 \quad (20)$$

pour  $\theta = 45^\circ$

$$|\psi\rangle_{\text{paire}} = \frac{1}{\sqrt{2}} (|H\rangle_1 |H\rangle_2 + \exp(i\phi) |V\rangle_1 |V\rangle_2) \quad (21)$$

On rappelle que la probabilité conjointe de trouver le photon 1 dans l'état  $|V_\alpha\rangle$  et le photon 2 dans l'état  $|V_\beta\rangle$  est :  $P(V_\alpha, V_\beta) = \left| \langle V_{\alpha,1} | \langle V_{\beta,2} | \psi_{EPR} \rangle \right|^2$

*Question 12 : Pour l'état de paire obtenu, calculer les probabilités conjointes  $P(V, V)$  et  $P(H, H)$  et vérifier que les nombres de coïncidences obtenus confirment ces résultats.*

*Question 13 : Montrer que :  $P(V_{45}, V_{45}) = \frac{1}{4}(1 + \cos\phi)$*

Or pour un état *EPR*,  $P(V_{45}, V_{45}) = P(V_0, V_0) = \frac{1}{2}$  ce qui n'est réalisé que si  $\phi = 0$ .

On voit donc ici une différence fondamentale entre l'état *EPR* pur et cette paire : l'état de paire n'est pas de symétrie de révolution.

Il faut donc impérativement compenser d'une façon ou d'une autre ce déphasage  $\phi$ , introduit par les cristaux. Une méthode possible consiste à ajuster l'état de polarisation des photons pompes à l'aide d'un élément déphaseur de sorte que :

$$|\psi\rangle_{pompe} = |V\rangle + \exp(i\phi_{pompe})|H\rangle \quad (22)$$

On règle ensuite cet élément déphaseur de telle sorte que  $\phi_{pompe} = -\phi$ . Nous utiliserons une simple lamelle de quartz (matériau biréfringent) pour modifier le déphasage.

La violation d'une égalité de Bell sera maximum pour un état *EPR* le plus "pur" possible.

- Varier l'orientation de la lamelle de quartz pour obtenir  $\phi_{pompe} = -\phi$ . Pour cela maximiser soigneusement le nombre de coïncidences pour les analyseurs à  $45^\circ$  sur les deux voies et minimiser pour l'un à  $45^\circ$  et l'autre à  $-45^\circ$ .
- Le montage est idéalement réglé si le nombre de coïncidences reste constant lorsqu'on tourne simultanément les deux analyseurs parallèles d'un angle quelconque (ou, ce qui revient au même, le nombre de coïncidences reste nul lorsqu'on tourne simultanément les deux analyseurs croisés d'un angle quelconque).

#### 4.4 Variation de $P(V_\alpha, V_\beta)$ en fonction de $|\beta - \alpha|$

Les deux théories que nous voulons confronter ("*variables cachées*" ou "*M.Q.*") ne prévoient pas la même variation de la probabilité conjointe  $P(V_\alpha, V_\beta)$  en fonction de l'angle relatif  $|\beta - \alpha|$  (voir référence 5). Il est donc intéressant de tracer cette courbe.

- Fixer l'angle  $\alpha$  à  $0^\circ$ , et tracer l'évolution du nombre de coïncidences par seconde en fonction de  $\beta$ .
- Comparer avec la prédiction de la mécanique quantique  $N_{\alpha, \beta} = k \cos^2(\alpha - \beta)$ .

#### 4.5 Mesure du paramètre de Bell

Pour mesurer le paramètre de Bell, il faut mesurer les degrés de corrélation  $E(V_\alpha, V_\beta)$  pour les quatre directions  $\mathbf{a}$ ,  $\mathbf{a}'$ ,  $\mathbf{b}$ ,  $\mathbf{b}'$  définies à la figure 10. Chaque valeur de  $E(V_\alpha, V_\beta)$  est obtenue par la mesure de 4 probabilités conjointes :  $P(V_\alpha, V_\beta)$ ,  $P(V_{\alpha+90^\circ}, V_{\beta+90^\circ})$ ,  $P(V_{\alpha+90^\circ}, V_\beta)$  et  $P(V_\alpha, V_{\beta+90^\circ})$ .

$$E(V_\alpha, V_\beta) = P(V_\alpha, V_\beta) + P(H_\alpha, H_\beta) - P(H_\alpha, V_\beta) - P(V_\alpha, H_\beta) \quad (23)$$

Ces quatre probabilités conjointes sont obtenues par quatre mesures de taux de coïncidence avec des angles  $(\alpha, \beta)$ ,  $(\alpha + 90^\circ, \beta + 90^\circ)$ ,  $(\alpha, \beta + 90^\circ)$  et  $(\alpha + 90^\circ, \beta)$  :

$$n_{total} = n(\alpha, \beta) + n(\alpha + 90, \beta + 90) + n(\alpha, \beta + 90) + n(\alpha + 90, \beta) \quad (24)$$

$$P(V_\alpha, V_\beta) = n(\alpha, \beta) / n_{total} \quad (25)$$

$$P(H_\alpha, H_\beta) = n(\alpha + 90, \beta + 90) / n_{total} \quad (26)$$

$$P(V_\alpha, H_\beta) = n(\alpha, \beta + 90) / n_{total} \quad (27)$$

$$P(H_\alpha, V_\beta) = n(\alpha + 90, \beta) / n_{total} \quad (28)$$

Ces 4 mesures de taux de coïncidences donnent ainsi la valeur du degré de corrélation :

$$E(V_\alpha, V_\beta) = \frac{n(\alpha, \beta) + n(\alpha + 90, \beta + 90) - n(\alpha, \beta + 90) - n(\alpha + 90, \beta)}{n(\alpha, \beta) + n(\alpha + 90, \beta + 90) + n(\alpha, \beta + 90) + n(\alpha + 90, \beta)} \quad (29)$$

Il y a donc 16 mesures de taux de coïncidences détectées à effectuer pour mesurer  $S_{Bell}$  :

$$S_{Bell}(a, a', b, b') = E(a, b) - E(a, b') + E(a', b') + E(a', b)$$

Pour diminuer l'incertitude sur chacune des mesures, il faut augmenter le nombre de coïncidences détectées, donc compter pendant un temps plus long. En effet, l'incertitude sur la mesure du taux de coïncidences est liée au bruit de photons. Si la durée de la fenêtre de comptage est "  $T$  ", l'écart type sur le nombre de coïncidences détectées est :

$$\sigma_{N_c} = \sqrt{N_c} = \sqrt{n_c T} \quad (30)$$

Donc, l'écart type sur le taux de coïncidences détectées est :  $\sigma_{n_c} = \frac{\sigma_{N_c}}{T} = \sqrt{\frac{n_c}{T}}$

*Question 14 : Si l'on compte en moyenne 100 coïncidences par seconde, quel est l'écart type sur le taux de coïncidences? Pendant combien de temps doit-on compter pour diviser par 10 cet écart type?*

L'évaluation de cet écart type sur le taux de coïncidences, en supposant que les incertitudes de ces 16 mesures sont indépendantes, permet de calculer l'écart type sur la mesure de  $S_{Bell}$  :

$$\sigma_S = \sqrt{\sum_{i=1}^{16} \left( \sigma_{n_i} \frac{\partial S}{\partial n_i} \right)^2} = \frac{1}{\sqrt{T}} \sqrt{\sum_{i=1}^{16} n_i \left( \frac{\partial S}{\partial n_i} \right)^2} \quad (30)$$

où  $T$  est la durée de la fenêtre de comptage des coïncidences utilisée.

Pour obtenir un écart type faible, on cherchera à faire des mesures sur des temps de l'ordre de 300 à 500 sec.

Vous devez donc compléter le tableau suivant qui se retrouve sur la face avant du programme *Labview Bell.exe* (voir annexe 1). Noter que vous pouvez directement remplir les cases à l'écran et sauvegarder le tout dans un fichier de format *.txt* que vous importerez facilement dans *Excel* par la suite.

$\alpha$	$\beta$	$n_c$	$\alpha$	$\beta$	$n_c$
$a_V=0^\circ$	$b_V=22.5^\circ$		$a_V=45^\circ$	$b_V=22.5^\circ$	
$A_H=0^\circ+90^\circ$	$b_H=22.5^\circ+90^\circ$		$A_H=45^\circ+90^\circ$	$b_H=22.5^\circ+90^\circ$	
$A_H=0^\circ+90^\circ$	$b_V=22.5^\circ$		$A_H=45^\circ+90^\circ$	$b_V=22.5^\circ$	
$a_V=0^\circ$	$b_H=22.5^\circ+90^\circ$		$a_V=45^\circ$	$b_H=22.5^\circ+90^\circ$	
$a_V=0^\circ$	$b_V=67.5^\circ$		$a_V=45^\circ$	$b_V=67.5^\circ$	
$A_H=0^\circ+90^\circ$	$b_H=67.5^\circ+90^\circ$		$A_H=45^\circ+90^\circ$	$b_H=67.5^\circ+90^\circ$	
$A_H=0^\circ+90^\circ$	$b_V=67.5^\circ$		$A_H=45^\circ+90^\circ$	$b_V=67.5^\circ$	
$a_V=0^\circ$	$b_H=67.5^\circ+90^\circ$		$a_V=45^\circ$	$b_H=67.5^\circ+90^\circ$	

*Question 15 : Commenter la valeur de  $S_{Bell}$  obtenue avec son écart type. Alors d'accord avec Bohr ou Einstein?*

*Question 16 : Discuter des difficultés et limitations expérimentales de cette expérience.*

### 5. Références additionnelles

8- A. Einstein, B. Podolsky and N. Rosen, *Can Quantum-Mechanical description of physical reality be considered complete ?* Phys. Review **47**, 777 (1935).

See also Bohr's answer : N. Bohr, *Can Quantum-Mechanical description of physical reality be considered complete?* Phys. Review **48**, 696 (1935).

9- J. S. Bell, *On the Einstein-Podolsky-Rosen Paradox*, Physics **1**, 195 (1964). :

10- Dietrich Dehlinger, M. W. Mitchell, 27 may 2002

[http://arxiv.org/PS\\_cache/quant-ph/pdf/0205/0205172v1.pdf](http://arxiv.org/PS_cache/quant-ph/pdf/0205/0205172v1.pdf)

et [http://arxiv.org/PS\\_cache/quant-ph/pdf/0205/0205171v1.pdf](http://arxiv.org/PS_cache/quant-ph/pdf/0205/0205171v1.pdf)

*des ouvrages :*

*A Guide to Experiments in Quantum Optics de Hans-A Bachor and Timothy C. Ralph. Editeur :WILEY-VCH*

À ne pas manquer :

11- Mécanique quantique (chapitre 14) de Jean-Louis Basdevant & Jean Dalibard. Ed. de l'école polytechnique. Mars 2006, Palaiseau.

Et les notes de cours de M. Beck (chap. 5 et plus) à l'adresse suivante :

12- <http://people.whitman.edu/~beckmk/QM/>

13- A Test of Bell's Inequality for the Undergraduate Laboratory. Burton A. Betchart.

[http://www.tp.physique.usherbrooke.ca/experiences\\_fichiers/Bell/references/betchart\\_thesis.pdf](http://www.tp.physique.usherbrooke.ca/experiences_fichiers/Bell/references/betchart_thesis.pdf)

Annexe 1 : Programme d'acquisition Bell.exe

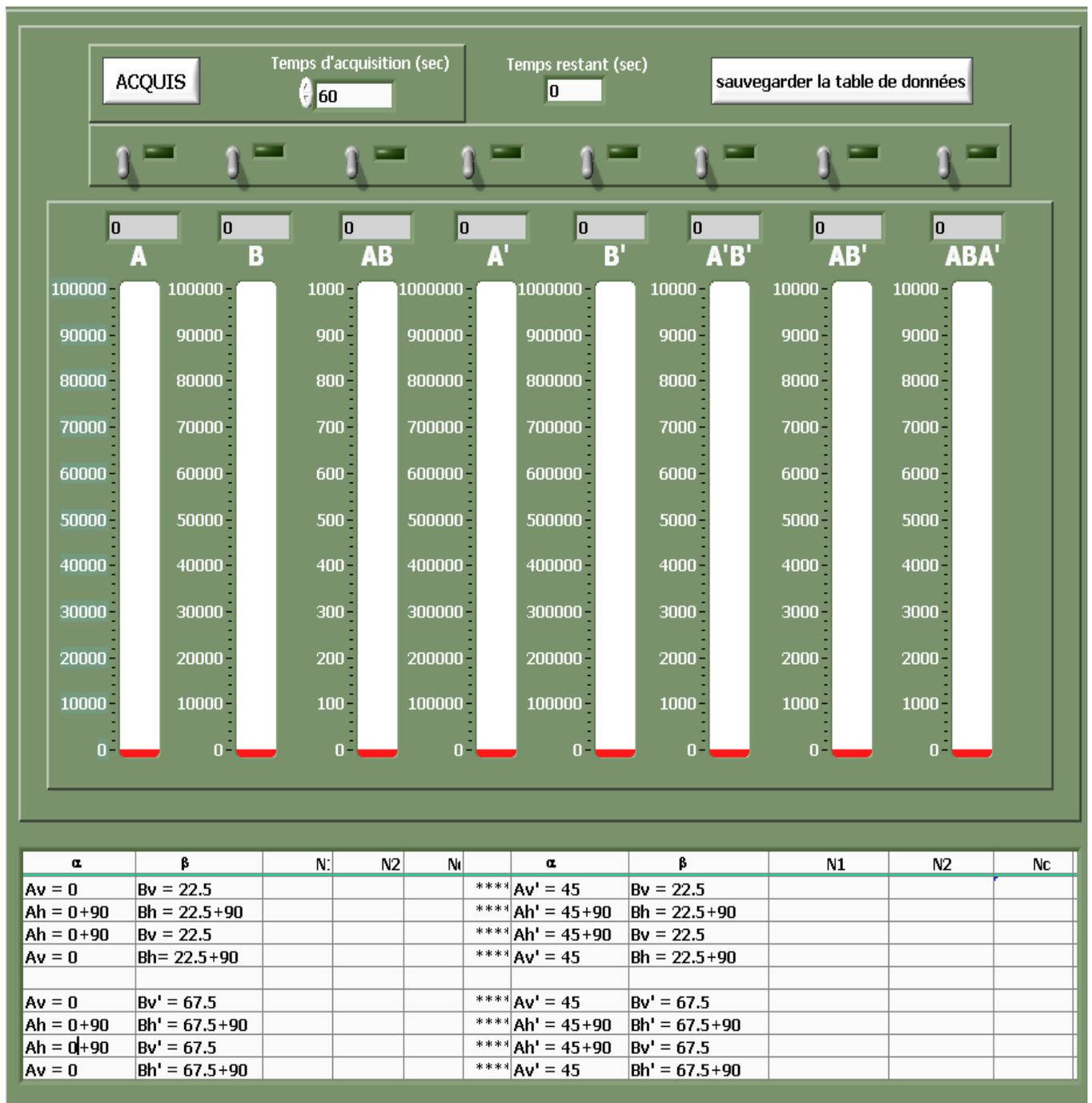


Fig 11

## Annexe 2: Probabilités conditionnelles

On dénote  $P(V_\alpha | V_\beta)$  la probabilité d'observer le photon  $\beta$  dans un état de polarisation  $V_\beta$  conditionnellement à l'observation du photon  $\alpha$  dans l'état de polarisation  $V_\alpha$ . D'un point de vue opérationnel, cette probabilité se mesure en comptant le nombre de résultats correspondant à la paire  $(V_\alpha, V_\beta)$  relativement au nombre de mesures où le photon  $\alpha$  est observé dans l'état  $V_\alpha$  :

$$P(V_\alpha | V_\beta) \rightarrow \frac{\text{nombre}(V_\alpha, V_\beta)}{\text{nombre}(V_\alpha, V_\beta) + \text{nombre}(V_\alpha, H_\beta)} \quad (1)$$

Nous pouvons calculer cette probabilité conditionnelle de deux façons distinctes. D'abord, nous pouvons utiliser la règle de Bayes qui nous permet de calculer la probabilité conditionnelle  $P(V_\alpha | V_\beta)$  à partir de la probabilité jointe  $P(V_\alpha, V_\beta)$  et la probabilité marginale  $P(V_\alpha) = P(V_\alpha, V_\beta) + P(V_\alpha, H_\beta)$ . La règle de Bayes est

$$P(V_\alpha | V_\beta) \rightarrow \frac{P(V_\alpha, V_\beta)}{P(V_\alpha)} \quad (2)$$

Que nous reconnaissons comme l'équivalent probabiliste de l'équation (1).

La seconde façon de calculer cette probabilité consiste à utiliser le postulat de réduction du paquet d'onde. Pour cela, on peut s'imaginer que les mesures des photons sont effectuées de façon séquentielle, c'est-à-dire que le photon  $\alpha$  est mesuré d'abord, suivi du photon  $\beta$ . Cet ordre ne change en rien les résultats de la mesure puisque les opérateurs de mesure associés à des régions séparées d'une distance macroscopique commutent entre eux. Ainsi, l'ordre des mesures est sans importance. Nous l'utilisons simplement pour faciliter les calculs. Suite à une mesure du photon  $\alpha$  avec résultat  $V_\alpha$ , l'état globale des photons est

$$|\psi'\rangle = \frac{P_{V_\alpha} \otimes I |\psi\rangle_{EPR}}{|P_{V_\alpha} \otimes I |\psi\rangle_{EPR}|}, \quad (3)$$

c'est la réduction du paquet d'onde. La probabilité de la mesure du photon  $\beta$  dans l'état  $V_\beta$  suite à cette première mesure est  $\langle \psi' | I \otimes P_{V_\beta} | \psi' \rangle$ . Cela correspond à la probabilité d'observer le second photon dans l'état  $V_\beta$  conditionnellement à une mesure de  $V_\alpha$  du premier photon.

## Preuve de l'existence du photon

Cette deuxième expérience est tirée de la référence :

[http://people.whitman.edu/~beckmk/QM/Beck\\_QM\\_Manual.pdf](http://people.whitman.edu/~beckmk/QM/Beck_QM_Manual.pdf)

Plusieurs pensent à tort que l'effet photoélectrique permet de conclure que la lumière est constituée de photons. On peut expliquer l'effet photoélectrique en utilisant une onde classique mais en imposant la quantification au matériau. Vous trouverez une bonne discussion de ce sujet à la référence suivante :

[http://www.tp.physique.usherbrooke.ca/experiences\\_fichiers/Bell/references/AJP000011.pdf](http://www.tp.physique.usherbrooke.ca/experiences_fichiers/Bell/references/AJP000011.pdf)

L'expérience proposée ci-dessous est sans équivoque pour ce qui est de mettre en évidence l'existence du photon.

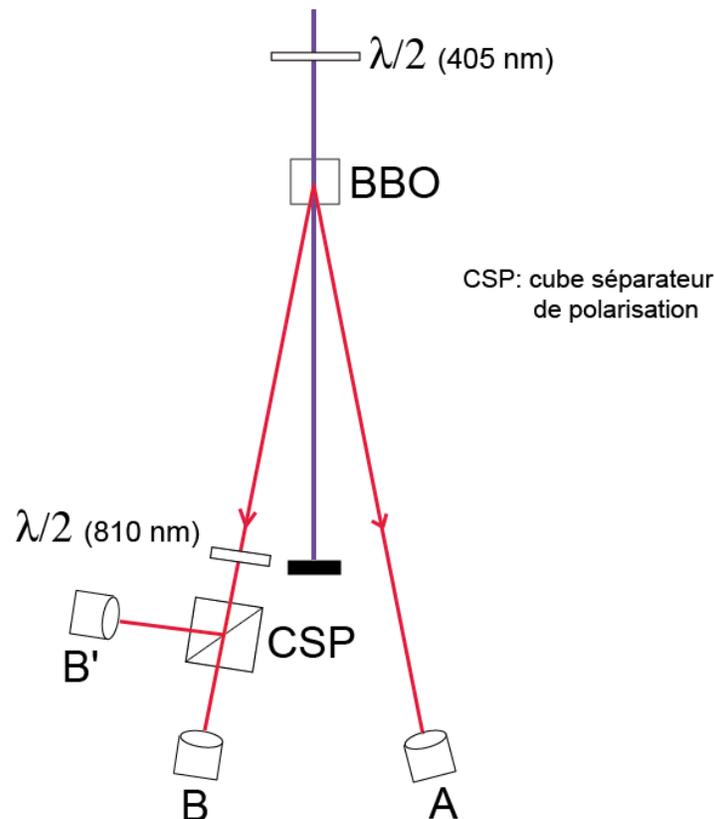


Fig. 1

Supposons qu'un photon polarisé à  $45^\circ$  soit incident sur un cube séparateur de polarisation et qu'il ait la possibilité d'être détecté en B ou en B' (voir figure ci-dessus). La théorie classique nous dit que nous obtiendrons des intensités égales sur chacun des

deux détecteurs. Par contre, d'un point de vue microscopique, la mécanique quantique nous dit que chaque photon n'est capté que par un seul des deux détecteurs.

Nous allons nous servir d'un seul cristal de *BBO* pour réaliser une expérience qui mettra en évidence ce caractère granulaire de la lumière. En remplaçant les 2 *BBO* croisés par un seul plus épais, nous produirons des paires de photons infrarouges avec une polarisation donnée. Pour le cristal disponible au laboratoire, vous devez utiliser un faisceau pompe polarisé horizontalement, et vous obtiendrez des paires de photons infrarouges polarisés verticalement. On placera sur la première voie un détecteur seul (*A*) et sur la deuxième voie, un cube séparateur de polarisation et deux détecteurs (*B* et *B'*) comme le montre la figure ci-dessous :

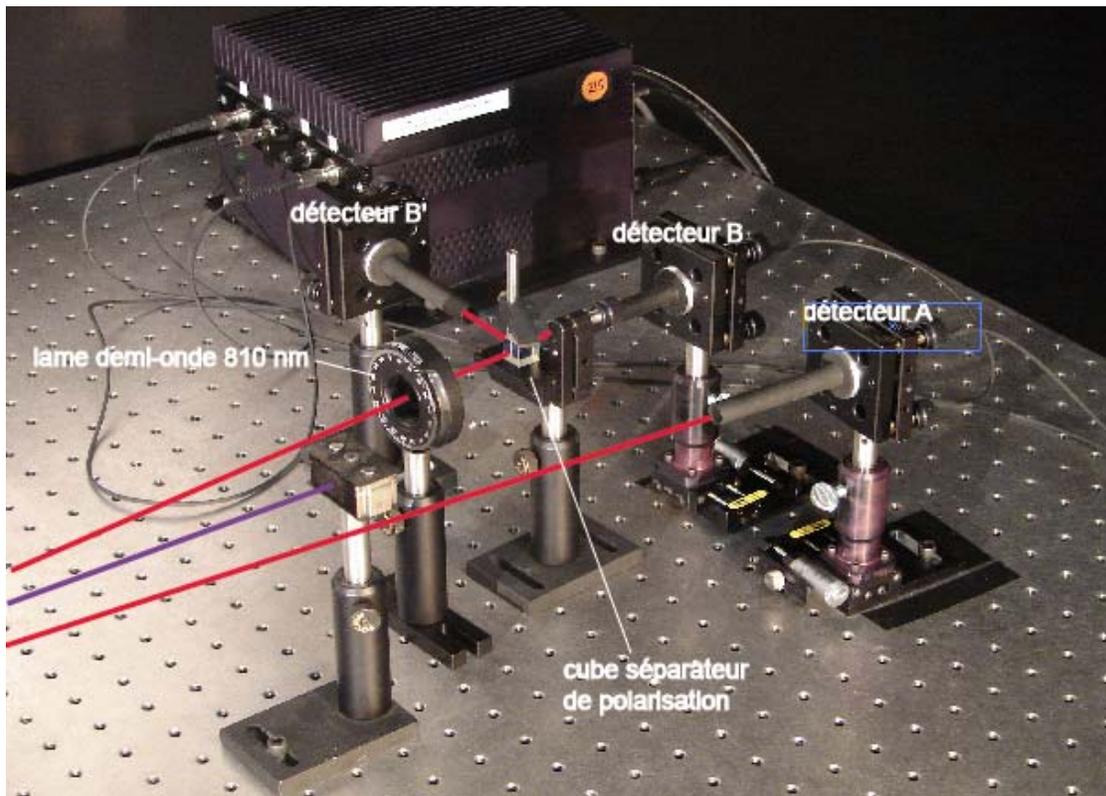


Fig. 2

On veut montrer que si un photon atteint le cube séparateur de polarisation et bien il sera détecté en *B* ou en *B'* mais pas en *B* et *B'* simultanément. On s'assure qu'un seul photon est incident sur le cube en imposant la coïncidence de la mesure avec celle du détecteur *A*. C'est là toute la subtilité de l'expérience...

En fait, nous nous intéresserons à la quantité  $g^{(2)}(0)$  qui représente le degré de cohérence au deuxième ordre. Ce paramètre est bien expliqué dans la référence suivante :

[http://www.tp.physique.usherbrooke.ca/experiences\\_fichiers/Bell/references/Thorn\\_ajp.pdf](http://www.tp.physique.usherbrooke.ca/experiences_fichiers/Bell/references/Thorn_ajp.pdf)

L'article montre bien que dans une théorie classique ondulatoire  $g^{(2)}(0) \geq 1$ . Si nous mesurons une valeur de  $g^{(2)}(0) < 1$ , alors le champ ne peut être expliqué classiquement et nous prouvons du même coup l'existence du photon.

### 1. *Théorie simplifiée*

On utilise ici le terme "*Théorie simplifiée*" car on utilisera uniquement les points essentiels des références précédentes.

Commençons avec uniquement deux détecteurs. Lorsqu'on mesure  $g^{(2)}(0)$  avec des détecteurs photoélectriques, on peut montrer que :

$$g^{(2)}(0) = \frac{P_{BB'}}{P_B P_{B'}} \quad (1)$$

Où  $P_B$  ( $P_{B'}$ ) est la probabilité d'une détection au détecteur  $B$  ( $B'$ ) dans un intervalle de temps  $\Delta t$ , et  $P_{BB'}$  est la probabilité d'une détection sur les deux détecteurs  $B$  et  $B'$  dans le même intervalle de temps (i.e. une coïncidence). On peut aussi reformuler ces probabilités en termes des taux de comptage. En effet, la probabilité de détection en  $B$  dans un court intervalle  $\Delta t$  est donnée par le taux de comptage moyen multiplié par  $\Delta t$ . Le taux de comptage moyen à  $B$  est le nombre de détections  $N_B$  divisé par le temps de comptage  $T$ . On peut donc exprimer les probabilités comme :

$$P_B = \left( \frac{N_B}{T} \right) \Delta t \quad P_{B'} = \left( \frac{N_{B'}}{T} \right) \Delta t \quad P_{BB'} = \left( \frac{N_{BB'}}{T} \right) \Delta t \quad (2)$$

Ce qui nous donne donc :

$$g^{(2)}(0) = \frac{N_{BB'}}{N_B N_{B'}} \left( \frac{T}{\Delta t} \right) \quad (\text{pour 2 détecteurs}) \quad (3)$$

Pour mesurer  $g^{(2)}(0)$  conditionnellement à un troisième détecteur, toutes les probabilités sont maintenant conditionnelles à une détection en  $A$ . Dans ce cas :

$$g^{(2)}(0) = \frac{P_{ABB'}}{P_{AB}P_{AB'}} \quad (\text{pour 3 détecteurs}) \quad (4)$$

où  $P_{ABB'}$  est une triple coïncidence. Comme nous ne sommes pas intéressés aux autres événements que ceux où  $A$  déclenche, le nombre de détections en  $A$ ,  $N_A$ , va servir comme nombre d'essais servant à normaliser nos probabilités :

$$P_{AB} = \frac{N_{AB}}{N_A} \quad P_{AB'} = \frac{N_{AB'}}{N_A} \quad P_{ABB'} = \frac{N_{ABB'}}{N_A} \quad (7)$$

En utilisant ces probabilités  $g^{(2)}(0)$  pour trois détecteurs s'écrit :

$$g^{(2)}(0) = \frac{N_A N_{ABB'}}{N_{AB} N_{AB'}} \quad (\text{pour 3 détecteurs}) \quad (8)$$

## 2. Manipulations expérimentales

Comme vous venez de terminer l'expérience sur les inégalités de Bell, l'alignement devrait être pratiquement parfait. Vous allez remplacer les 2 *BBO* par le cristal simple de *BBO* (demander au moniteur). Vous devriez déjà avoir un bon nombre de comptes sur les détecteurs  $A$  et  $B$  en réalignant légèrement le cristal.

- Installer maintenant le cube séparateur de polarisation (Fig. 2) devant le détecteur  $B$ .
- Vérifier si le nombre de comptes sur  $B$  est encore bon.
- Insérer maintenant deux iris (diamètre de 1.5 mm) sur le chemin optique menant au détecteur  $B$  et vérifier que vous ne perdez pratiquement aucun compte.

Le problème d'alignement se situe au niveau du détecteur  $B'$ . Comment savoir si l'orientation du cube permet d'envoyer un faisceau correctement couplé sur ce détecteur que vous allez installer un peu plus tard?

On ne peut y aller par tâtonnement car vos chances sont pratiquement nulles. Il faut donc trouver une solution pour gagner temps et efficacité.

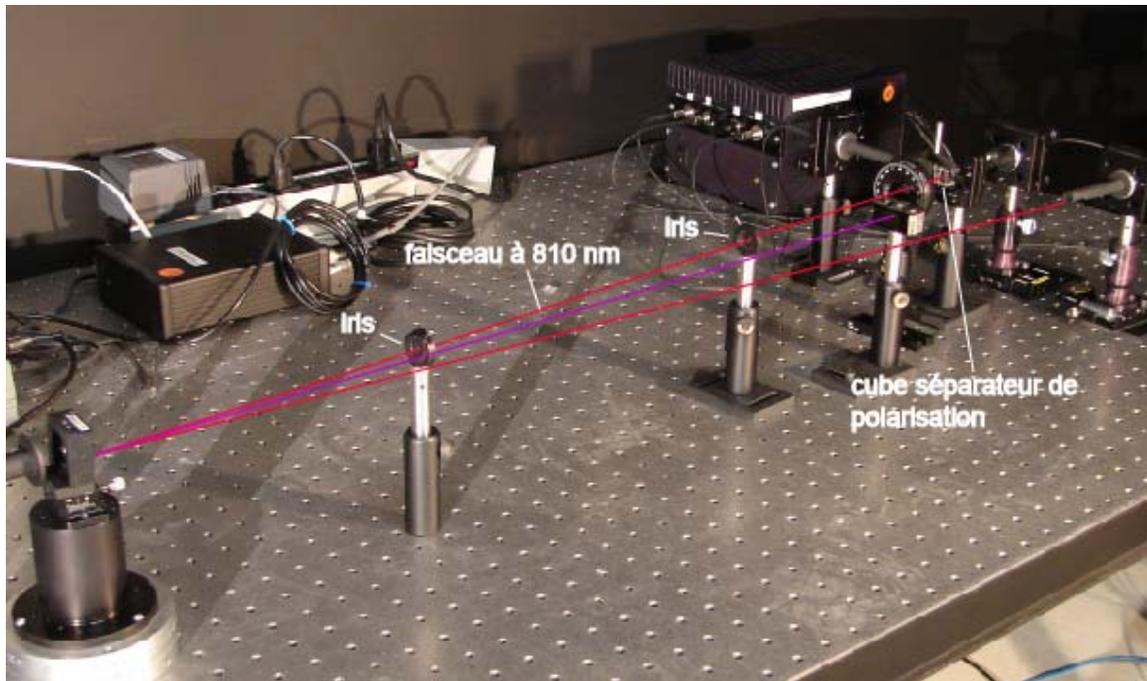


Fig. 2

Nous allons utiliser un laser d'alignement ( $635\text{ nm}$ ,  $5\text{ mW}$ ) dont le faisceau devra traverser les deux iris, le cube et pénétrer le détecteur  $B$  en plein centre.

- On coupe l'alimentation du compteur de photons.

*Aller chercher le coordonnateur pour cette section délicate afin d'éviter d'endommager les détecteurs.*

*Attention! Le module de compteurs de photons doit être éteint pour ne pas être endommagé par les manipulations qui suivent.*

- L'entrée du détecteur  $B$  doit être fermée (capuchon) et le bout de la fibre optique de  $B$  et  $B'$  doivent être débranchés du compteur de photons. On enlève temporairement la lame demi-onde à  $810\text{ nm}$ . On doit aussi retirer le filtre passe bas du collecteur  $B'$ .
- On installe le laser d'alignement comme sur la figure suivante et on dirige son faisceau pour qu'il passe en plein centre des deux iris.

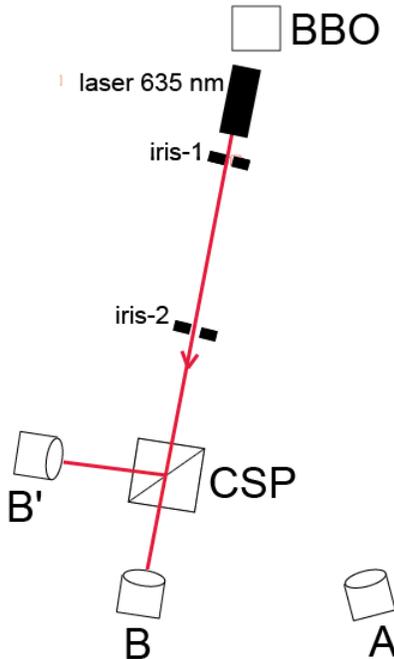


Fig. 3

- On ajuste le support du cube de façon à diriger correctement le faisceau sur  $B'$ . Pour cela placer un papier blanc près de la sortie de la fibre optique de  $B'$  et ajuster la position du cube pour maximiser l'intensité du faisceau sur le papier.

**Attention!** *Ce n'est pas une bonne idée de regarder directement la sortie de la fibre avec votre œil. Si vous désirez procéder ainsi, assurez-vous d'avoir au moins un mètre de distance entre votre œil et le bout de la fibre.*

- Une fois que le faisceau sort de la fibre de  $B'$ , on règle l'ajustement du support de  $B'$  pour maximiser le couplage.
- Il faut visser le support de  $B'$ , et replacer son filtre passe-bas.
- On peut maintenant reconnecter les fibres de  $B$  et  $B'$  sur le compteur de photons.
- Vous pouvez maintenant enlever le laser d'alignement et les iris et remettre la lame demi-onde à  $810\text{ nm}$ .
- On remet le compteur en marche ainsi que le laser pompe ( $405\text{ nm}$ ), on positionne la lame demi-onde pour obtenir des photons polarisés à  $45^\circ$  et l'on maximise les signaux à  $B$  et  $B'$ . En fait, ce sont les coïncidences  $AB$  et  $AB'$  qu'il faut maximiser. Idéalement, ces taux de comptages devraient être égaux, mais cela est assez difficile à obtenir. Cela ne vous empêche pas d'obtenir une bonne mesure de  $g^{(2)}(0)$ .
- En vous basant sur les taux de comptages  $AB$ ,  $AB'$  et  $ABB'$ , déterminer le temps de mesure nécessaire pour obtenir une bonne mesure de  $g^{(2)}(0)$ .

- Obtenir la valeur de  $g^{(2)}(0)$  et calculer l'incertitude. Commenter votre résultat et discuter des limites expérimentales de cette mesure.

### 3. *Référence additionnelle*

[http://www.tp.physique.usherbrooke.ca/experiences\\_fichiers/Bell/references/Les\\_photons\\_dans\\_tous\\_leurs\\_états.pdf](http://www.tp.physique.usherbrooke.ca/experiences_fichiers/Bell/references/Les_photons_dans_tous_leurs_états.pdf)